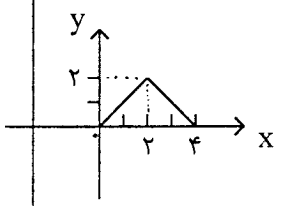
www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)		تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۶/ ۱۲	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت **شهریور ماه** سال ۸۳		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش وارزشیابی تحصیلی متوسطه	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	دامنه‌ی تابع رو به رو را تعیین کنید . $g(x)=\frac{\sqrt{x}}{x^2-1}$	۰/۷۵
۲	نمودار تابع f با ضابطه‌ی $y=f(x)$ در شکل زیررسم شده است: نمودار توابع $y=f(x+2)$ و $y=-2f(x)+1$ را به کمک انتقال رسم نموده و دامنه و برد هر یک را تعیین کنید. 	۱/۷۵
۳	توابع f و g با ضابطه های $f(x)=\sqrt{x-3}$, $g(x)=\frac{x+1}{x-1}$ مفروضند .اولاً : دامنه‌ی توابع f و g و gof را تعیین کنید .ثانیاً ضابطه‌ی gof را بنویسید.	۱
۴	اگر α و β ریشه های معادله $x^2-4x-2=0$ باشند مقدار عددی عبارت $\frac{\alpha}{\beta+1}+\frac{\beta}{\alpha+1}$ را به دست آورید .	۰/۷۵
۵	تابع $f(x)=\sqrt{x+2}$ مفروض است . اولاً : ثابت کنید f یک به یک است . ثانیاً : ضابطه‌ی معکوس f را بنویسید.	۰/۷۵
۶	تابع f باضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases}[x]-1 & x<-1\\ \frac{x^2-1}{x+1} & x>-1\end{cases}$ مفروض است.حدود زیر را محاسبه کنید. ([ ] نمادجزء صحیح است) الف) $\lim_{x\to(-1)^-} f(x)$ ب) $\lim_{x\to(-1)^+} f(x)$ ج) $\lim_{x\to(-1)} f(x)$	۰/۷۵
۷	حد توابع زیر را در صورت وجود به دست آورید . الف) $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+4}-2}{x}$ ب) $\lim_{x\to 1^-}\frac{x^3-4x+3}{x^3-3x+2}$ ج) $\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2-2x}-x)$ د) $\lim_{x\to 0}\frac{\tan x-\sin x}{x^2}$	۲/۷۵
۸	مقادیر a و b را چنان بیابید که تابع f با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases}[-x]+bx & x<1\\ 2 & x=1\\ |x-1|+a & x>1\end{cases}$ در $x_0=1$ پیوسته باشد . ([ ] نماد جزء صحیح است)	۱/۵

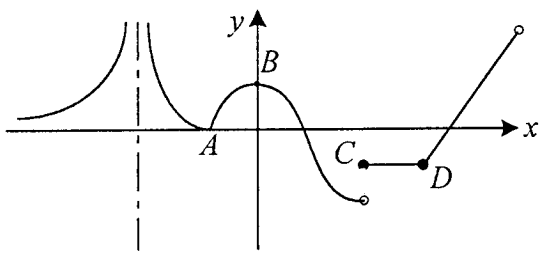
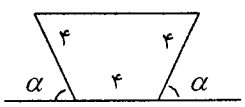
ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)		تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۶/ ۱۲	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت **شهریور ماه** سال ۸۳		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش وارزشیابی تحصیلی متوسطه	

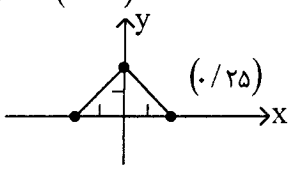
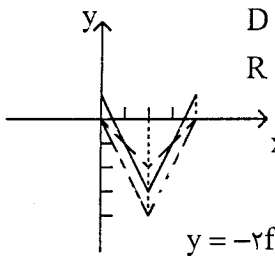
۹	مشتق تابع $f(x)=\sqrt{5x-1}$ را در $x_0=2$ از راه تعریف مشتق محاسبه کنید .	۰/۷۵
۱۰	مشتق بگیرید . (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $y=\sqrt{x}\ (2x-1)^5$ ب) $y=5\sin^4 3x-\cot x^2$	۱
۱۱	با توجه به شکل کدامیک از نقاط مشخص شده اکسترمم نسبی یا اکسترمم مطلق یا بحرانی می باشند ؟ 	۱
۱۲	جدول تغییرات و نمودار تابع $y=\frac{x+1}{2x-1}$ را رسم کنید .	۱
۱۳	اگر شعاع دایره ای از ۲ سانتیمتر تا ۴ سانتیمتر تغییر کند ، آهنگ تغییر مساحت آن را محاسبه کنید.	۰/۵
۱۴	جدول تغییرات و نمودار تابع $y=x^3-3x^2+2$ را رسم کنید. سپس مختصات نقطه‌ی عطف آن را بنویسید.	۱/۲۵
۱۵	معادله‌ی خط قائم بر منحنی $xy-x^2=1$ را در نقطه‌ای به طول ۱ واقع بر منحنی بنویسید.	۱
۱۶	دامنه‌ی تابع $y=\text{Arcsin}\frac{1}{x-2}$ را تعیین کنید.	۰/۷۵
۱۷	مقاطع عرضی یک کانال آبیاری ذوزنقه های متساوی الساقین هستند که طول سه ضلعشان ۴ متر می باشد . زاویه‌ی α را طوری تعیین کنید که مساحت مقطع عرضی ماکزیمم باشد. 	۱/۵
۱۸	ابتدا نمودار تابع $f(x)=2-\lvert x-1\rvert$ را رسم کنید سپس انتگرال معین $\int_{-1}^{2} f(x)dx$ را نیز محاسبه کنید .	۱/۲۵
	« موفق باشید » جمع نمرات	۲۰

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۶/ ۱۲
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت **شهریور ماه** سال ۸۳	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش وارزشیابی تحصیلی متوسطه

ردیف	راهنمای تصحیح
۱	$\left.\begin{matrix} x \geq 0 \\ x^2-1 \neq 0 \\ (0/25) \end{matrix}\right\} \rightarrow \left.\begin{matrix} x \geq 0 \\ x \neq 1,-1 \\ (0/25) \end{matrix}\right\} \rightarrow D_g = [0,+\infty) - \{1\}$ (0/25)
۲	$y = f(x+2)$  (0/25)  $\left.\begin{matrix} D=[0,4] \\ R=[-3,1] \end{matrix}\right\}$ (0/5) (0/25) $D=[-2,2]$ (0/25) $R_f=[0,2]$ $y=-2f(x)+1$ (0/25) $y=-2f(x)$ (0/25) رسم شکل
۳	$D_f : x-3 \geq 0 \rightarrow D_f = [3+\infty)$ (0/25) $D_g : x-1 \neq 0 \rightarrow D_g = R-\{1\}$ $D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in [3,+\infty) \mid \sqrt{x-3} \in D_g\} = [3,+\infty)-\{4\}$ (0/25) (0/25) $gof(x) = \frac{\sqrt{x-3}+1}{\sqrt{x-3}-1}$ (0/25)
٤	$\alpha+\beta = 4$ (0/25) $\frac{\alpha(\alpha+1)+\beta(\beta+1)}{(\alpha+1)(\beta+1)} = \frac{\alpha^2+\beta^2+\alpha+\beta}{\alpha\beta+\alpha+\beta+1} = \frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta+\alpha+\beta}{\alpha\beta+\alpha+\beta+1} = \frac{(4)^2-2(-2)+4}{-2+4+1} = \frac{24}{3} = 8$ $\alpha\beta = -2$ (0/25) (0/25)
۵	$y=\sqrt{x_1+2}$ و $y=\sqrt{x_2+2} \rightarrow \sqrt{x_1+2}=\sqrt{x_2+2} \rightarrow x_1=x_2$ (0/25) $\rightarrow$ f یک به یک است و بنابراین معکوس پذیر است $y=\sqrt{x+2} \rightarrow y^2 = x+2$ (0/25) $\rightarrow x = y^2-2 \rightarrow f^{-1}(x) = x^2-2$ (0/25) $x \geq 0$
٦	الف) $\lim_{x \to (-1)^-} f(x) = \lim_{x \to (-1)^-} ([x]-1) = -3$ (0/25) ب) $\lim_{x \to (-1)^+} f(x) = \lim_{x \to (-1)^+} \frac{x^2-1}{x+1} = -2$ (0/25) ج) $-3 \neq -2 \Rightarrow \lim_{x \to (-1)} f(x)$ وجود ندارد (0/25)

ادامه در صفحه‌ی دوم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۶/ ۱۲
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت **شهریور ماه** سال ۸۳	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش وارزشیابی تحصیلی متوسطه

۷

الف) $\lim_{x\to 0}\frac{\left(\sqrt{x+4}-2\right)\left(\sqrt{x+4}+2\right)}{x\left(\sqrt{x+4}+2\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{x}{x\left(\sqrt{x+4}+2\right)}=\frac{1}{4}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

ب) $\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)\left(x^2+x-3\right)}{(x-1)\left(x^2+x-2\right)}=\frac{-1}{0^-}=+\infty$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

ج) $\lim_{x\to+\infty}\frac{\left(\sqrt{x^2-2x}-x\right)\left(\sqrt{x^2-2x}+x\right)}{\sqrt{x^2-2x}+x}=\lim_{x\to\infty'}\frac{-2x}{x\left(\sqrt{1-\frac{2}{x}}+1\right)}=\frac{-2}{2}=-1$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

د) $\lim_{x\to 0}\frac{\frac{\sin x}{\cos x}-\sin x}{x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{\sin x(1-\cos x)}{x^2\cos x}=\lim_{x\to}\frac{\sin x\times 2\sin^2\frac{x}{2}}{x^2\cos x}=0$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۸

$f(x)=2\lim_{x\to 1^-}f(x)=-1+b$ (۰/۲۵) و $\lim_{x\to 1^+}f(x)=a$ (۰/۲۵)

پیوستگی شرط (۰/۲۵) $f(1)=\lim_{x\to 1^-}f(x)=\lim_{x\to 1^+}f(x)$

$2=-1+b=a$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a=2$ (۰/۲۵) و $b=3$ (۰/۲۵)

۹

$f(2)=3$

$f(2+\Delta x)=\sqrt{5(2+\Delta x)-1}=\sqrt{5\Delta x+9}$ $f'(2)=\lim_{\Delta x\to}\frac{f(2+\Delta x)-f(2)}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to}\frac{\sqrt{5\Delta x+9}-3}{\Delta x}\times\frac{\sqrt{5\Delta x+9}+3}{\sqrt{5\Delta x+9}+3}=$ (۰/۲۵)

$\lim_{\Delta x\to}\frac{5\Delta x+9-9}{\Delta x\left(\sqrt{5\Delta x+9}+3\right)}\Rightarrow f'(2)=\frac{5}{6}$ (۰/۲۵)

۱۰

الف) $y'=\frac{1}{2\sqrt{x}}(2x-1)^5+5(2x-1)^4(2)\sqrt{x}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

ب) $y'=20\sin^3 3x\times 3\cos 3x+2x(1+\cot^2 x^2)$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۱

نقاط بحرانی: A , B , C , D و از C تا D (۰/۲۵)

نسبی Min : A , D و از C تا D (۰/۲۵)

نسبی Max : B , C و از C تا D (۰/۲۵)

Min مطلق
Max مطلق
} ندارد (۰/۲۵)

ادامه در صفحه‌ی سوم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۶/ ۱۲
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت **شهریور ماه** سال ۸۳	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش وارزشیابی تحصیلی متوسطه

۱۲

$D = R - \left\{\frac{۱}{۲}\right\}$

$x \to \pm\infty \Rightarrow y = \frac{۱}{۲}$
$y \to \pm\infty \Rightarrow x = \frac{۱}{۲}$ } مجانبهای افقی و قائم

مرکز تقارن $\to \omega\left|\begin{matrix}\frac{۱}{۲}\\ \frac{۱}{۲}\end{matrix}\right.$

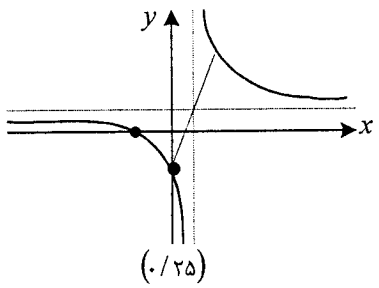
$y' = \frac{-۳}{(۲x-۱)^۲} < ۰$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵)

$\begin{cases} x = ۰ \to y = -۱ \\ y = ۰ \to x = -۱ \end{cases}$

x	$-\infty$		$\frac{۱}{۲}$		$+\infty$
y'		−	‖	−	
y	$\frac{۱}{۲}$	↘	‖	↘	$\frac{۱}{۲}$
		$-\infty$	‖	$+\infty$	

(۰/۲۵)



(۰/۲۵)

۱۳

$S = \pi R^۲ \to S_۱ = \pi(۲)^۲ = ۴\pi$ و $S_۲ = \pi(۴)^۲ = ۱۶\pi$ (۰/۲۵)

آهنگ متوسط تغییر S نسبت به R $= \frac{۱۶\pi - ۴\pi}{۲} = ۶\pi$ (۰/۲۵)

۱۴

$y' = ۳x^۲ - ۶x \quad y' = ۰$ (۰/۲۵)

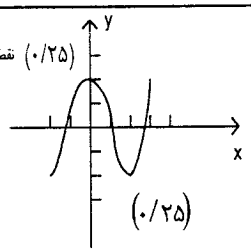
$x = ۰ \Rightarrow y = ۲$
$x = ۲ \Rightarrow y = -۲$ (۰/۲۵)

$y'' = ۶x - ۶ \quad ۶x - ۶ = ۰ \Rightarrow x = ۱ \Rightarrow y = ۰ \Rightarrow A\left|\begin{matrix}۱\\ ۰\end{matrix}\right.$ نقطه عطف (۰/۲۵)

$\begin{cases} x = ۰ \Rightarrow y = ۲ \\ y = ۰ \Rightarrow x^۳ - ۳x^۲ + ۲ = ۰ \to x = ۱ \ , \ x = ۱ \pm \sqrt{۳} \end{cases}$

x	$-\infty$		$۱-\sqrt{۳}$		۰		۱		۲		$۱+\sqrt{۳}$		$+\infty$
y'		+		+	۰	−		−	۰	+		+	
y	$-\infty$	↗	۰	↗	۲ (Max)	↘	۰	↘	−۲ (Min)	↗	۰	↗	$+\infty$

جدول (۰/۲۵)



(۰/۲۵)

۱۵

$x = ۱ \Rightarrow y = ۲$
$y + yx - ۲x = ۰$ (۰/۲۵) } شیب مماس $= ۲ + y' - ۲ = ۰ \to y' = ۰ \to$ (۰/۲۵) m مماس $= ۰ \Rightarrow$

معادله قائم $x = ۱ \Rightarrow \frac{y-۲}{x-۱} = \infty$ (۰/۲۵)

قائم $m = \infty$ (۰/۲۵)

۱۶

$-۱ \le \frac{۱}{x-۲} \le ۱$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \frac{۱}{|x-۲|} \le ۱$ (۰/۲۵)

$|x-۲| \ge ۱$

$\begin{cases} x - ۲ \ge ۱ \Rightarrow x \ge ۳ \\ \text{یا} \\ x - ۲ \le -۱ \quad x \le ۱ \end{cases} \to D = (-\infty, ۱\ ] \cup [۳, +\infty)$ (۰/۲۵)

ادامه در صفحه‌ی چهارم

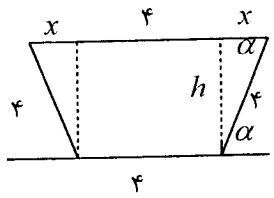
www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان	رشته : ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان : ۱۳۸۳/۰۶/ ۱۲
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت **شهریور ماه** سال ۸۳	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش وارزشیابی تحصیلی متوسطه

۱۷



$$S=\frac{(۲x+۴+۴)h}{۲}=\frac{(۸\cos x+۸)۴\sin\alpha}{۲}$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

$$S'=۱۶(\cos ۲\alpha+\cos\alpha)=۰ \quad (۰/۲۵)$$

$$\sin\alpha=\frac{h}{۴}\rightarrow h=۴\sin\alpha \quad (۰/۲۵)$$

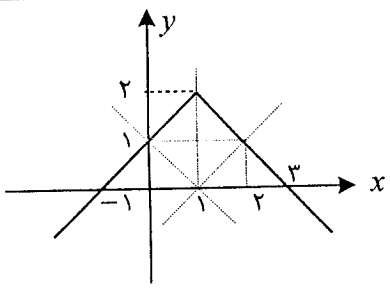
$$\cos ۲\alpha=\cos(\pi-\alpha)$$

$$\cos\alpha=\frac{x}{۴}\rightarrow x=۴\cos\alpha \quad (۰/۲۵)$$

$$\alpha=\frac{۲k\pi}{۳}+\frac{\pi}{۳}$$

$$\alpha=\frac{\pi}{۳} \quad (۰/۲۵)$$

۱۸



(۰/۵)

$$\int_{-۱}^{۲} f(x)dx=\int_{-۱}^{۱} f(x)dx+\int_{۱}^{۲} f(x)dx$$

$$=\frac{۲\times ۲}{۲}+\frac{(۱+۲)\times ۱}{۲}=\frac{۷}{۲}$$

(۰/۷۵)

با عرض سلام و خسته نباشید

لطفاً برای کلیه‌ی روش های حل درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید . با تشکر

www.alm.loxblog.com